

Нелинейная динамика газодинамических включений в жидкости**а) Особенности нелинейных резонансов**

Спектр излучения, сопровождающий акустическую кавитацию в жидкости, имеет вид отдельных линий, располагающихся на шумовом основании. Положение линий соответствует гармоникам, суб- и ультрасубгармоникам частоты возбуждения. Наличие в спектре отдельных линий связано с нелинейной динамикой одиночных газовых пузырьков в поле мощной звуковой волны, претерпевающих последовательность бифуркаций удвоения периода и даже переход к динамическому хаосу. Устоявшейся точкой зрения на природу шумового основания является генерация коротких импульсов, сопровождающая коллапс одиночных включений. Отдельные линии кавитационного излучения имеют конечную ширину и даже определенную форму.

Вопрос о природе этих измеряемых характеристик спектра не получил еще должного объяснения. Реальный спектр акустического давления, под действием которого пульсируют одиночные пузырьки в пелене, отличается от используемого при теоретических расчетах и сводящегося, как правило, к учету одной – основной гармоники. Шагом в обобщении традиционной модели является учет шумового основания, т.е. анализ нелинейной динамики пузырька в поле мощного гармонического сигнала при наличии существенно меньшей случайной составляющей. Определяется спектр излучения одиночного пузырька в окрестности основного резонанса. В рамках предложенной модели проводится сопоставление с реальной формой спектра акустического излучения при кавитации.

- *Максимов А.О.* Форма спектральной линии акустического излучения при кавитации. Аналитическая модель // Акуст. журн. 2001. Т. 47. №1. С. 110-118.

- *Maksimov A.O., Sosedko E.V.* Spectrum of Acoustic Cavitation // Proceedings of the 5-th World Congress on Ultrasonics, Universite 6. Paris : 2003. P. 593-596.

б) Нелинейные переходные процессы

Сильная нелинейность пульсаций пузырька в поле мощной акустической волны, с одной стороны, затрудняет анализ его динамики, но, с другой стороны, обеспечивает многообразие физических проявлений в кавитационных явлениях. В предыдущем разделе описаны особенности нелинейных резонансов газовых пузырьков. Практически все приведенные выше результаты относились к установившимся явлениям. И в этой связи возникает естественный вопрос: имеется ли «новая физика» (помимо той, которая присутствует в описании установившихся процессов) в переходных нелинейных процессах? Результаты, представленные в настоящем разделе, подтверждают существование новых физических эффектов в переходных процессах, протекающих в окрестности бифуркационных особенностей динамических состояний пузырьков. В этой области одно из собственных значений, определяющих линейную устойчивость, очень мало – оно обращается в нуль на бифуркационной кривой. При этом рост неустойчивостей происходит очень медленно, приводя к тому, что переходные процессы, протекающие до достижения стационарного состояния, происходят в течение очень большого интервала времени.

Анализ динамики слабоустойчивых колебательных состояний пузырька, проведенный с помощью как аналитических, так и численных методов, позволил предсказать и объяснить ряд физических эффектов, связанных с проявлением нелинейных переходных процессов в окрестности субгармонического резонанса. Дано объяснение экспериментально наблюдаемому и необъясненному в течение 40 лет эффекту генерации субгармонического сигнала ниже порога. Универсальный характер переходных процессов позволяет прогнозировать существование данного эффекта и в других физических системах. Наиболее близким примером являются современные методы ультразвуковой диагностики, использующие в качестве контрастных агентов пузырьки в липидной оболочке.

- *Максимов А.О., Соседко Е.В.* Переходные процессы в окрестности субгармонического резонанса. Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. вып. 17. С. 1-6.

- *Максимов А.О., Соседко Е.В.* Переходные процессы в окрестности бистабильных колебательных состояний газовых включений в жидкости // В сб. Дальневосточная математ. школа-семинар им. акад. Е.В. Золотова. Владивосток: ИАПУ, 2000. С. 77-78.

- *Maksimov A.O., Sosedko E.V.* Anomalous bubble response to low frequency modulation of driving pressure // In Proc. 2nd Intern. Conf. Control of Oscillations and Chaos (eds F.L. Chernousko, A.L. Fradkov) Proc. SPIE V. 3. Washington, 2000. P. 548-551.

Дано полное последовательное описание параметрической генерации поверхностных волн на поверхности пузырька с учетом всех $(l+1)$ кратно вырожденных резонансных

мод. Развитые теоретические представления позволяют объяснить экспериментально наблюдаемое значительное различие в длительности переходных процессов при возбуждении фундаментальной и субгармонической комбинационных частот. Предлагаемое объяснение основывается на том, что наблюдаемое различие имеет место вблизи порога возбуждения поверхностных волн, где параметр линейной устойчивости мал, что приводит к очень длительному процессу установления стационарных поверхностных колебаний.

- *Maksimov A.O., Leighton T.G.* Transient processes near the acoustic threshold of parametrically-driven bubble shape oscillations // *ACUSTICA-acta acustica* 2001. V. 87. P. 322-332.

- *Maksimov A.O., Leighton T.G. and Sosedko E.V.* Nonlinear Transient Bubble Oscillations. / In: *Nonlinear Acoustics at the Beginning of the 21st Century* (Proceedings of the 16th International Symposium on Nonlinear Acoustics), edited by O.V. Rudenko and O.A. Sapozhnikov, MSU, Moscow, 2002. V. 2. P. 987-990.

Анализ нелинейной динамики пузырька в акустическом поле, состоящем из мощной гармонической и шумовой составляющих, показывает, что влияние стохастической компоненты существенно в области бистабильности динамических состояний пузырька. Поведение пузырька в этой области характеризуется значительным увеличением длительности переходных процессов и существенно не гауссовским распределением флуктуаций вблизи устойчивых траекторий.

- *Максимов А.О., Соседко Е.В.* Особенности нелинейной динамики газового пузырька под действием резонансного и шумового акустических полей // *Письма в ЖТФ*. 2003. Т. 29. № 3. С. 40-45.

- *Максимов А.О., Соседко Е.В.* Форма спектра акустического излучения при кавитации // *Сборник трудов XIII сессии Российского акустического общества*. 2003. Т. 1. С. 17-20.

в) Динамические симметрии в кавитационных явлениях

«Горячими точками» в современных исследованиях кавитации являются стабильный режим сонолюминесценции одиночного пузырька, нелинейные переходные процессы, особенности нелинейного коллапса вблизи жесткой стенки (в частности, процесс

формирования кавитационной струи), коллективные явления в газожидкостных средах, структура и эволюция ударных и уединенных волн. Выявление динамических симметрий в уравнениях, описывающих эти явления, их физическая интерпретация, построение частных аналитических решений, которые могут служить моделями при анализе сложных нелинейных процессов, представляют те конкретные задачи, на решение которых направлены наши усилия.

Найдена полная группа симметрии уравнения Рэлея, описывающего нелинейные пульсации газового пузырька в жидкости. Наличие подгруппы масштабных преобразований позволяет построить и исследовать на её основе класс частных решений уравнения Рэлея.

- *Максимов А.О.* Симметрия уравнения Рэлея и анализ нелинейных пульсаций газовых пузырьков в жидкости // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6 С. 805-812.

- *Maksimov A.O.* Symmetry in Bubble Dynamics // Nonlinear Acoustics at the Beginning of the 21st Century (Proceedings of the 16th International Symposium on Nonlinear Acoustics), edited by O.V. Rudenko and O.A. Sapozhnikov, MSU. Moscow , 2002. V. 2. P. 551-554.

Результаты, основанные на использовании свойств симметрии при анализе динамики газовых включений в жидкости, содержатся в обзоре:

- *Maksimov A.O.* Symmetry in bubble dynamics // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 2004. V. 9. No 1. P. 83-92.

Анализ свойств симметрии модели ван Вингаартена, описывающей распространение волн малой амплитуды в среде – жидкость с пузырьками газа – содержится в докладе:

- *Maksimov A.O.* Dynamical symmetries in cavitation phenomena // Proceedings of 18th International Congress on Acoustics. Japan , 4-9 April, 2004. Kyoto :Institute of Noise Control, 2004. P. 3437-3440.

Динамика закрепленного на жесткой стенке пузырька, пульсирующего под действием

внешнего акустического поля, изучается с помощью теории отображений. С помощью метода инверсий получено точное аналитическое решение, существование которого связано с наличием внутренней (конформной) симметрии уравнения Лапласа. Найден аналог уравнения Рэлея, описывающего объемные пульсации закрепленного пузырька. Показано, что собственная, так называемая Миннэрттовская частота, зависит от контактного угла, и эта зависимость немонотонна.

- *Максимов А.О.* Колебания закрепленного пузырька // Сборник трудов XV сессии Российского акустического общества, 15-18 ноября, 2004. Нижний Новгород, 2004. Т. 1, С. 163-167.

- *Maksimov A.O.* On the volume oscillations of a tethered bubble. J. Sound & Vibr. 2005 (в печати, доступен в Science Direct).

Нахождение полной группы симметрии уравнения Рэлея, являющегося основой теоретического описания кавитации, позволило определить форму внешнего воздействия, приводящего к возникновению внутренней динамической симметрии в пульсациях пузырьков. Была изучена эффективность растяжения пузырька под действием периодически продолженного масштабно инвариантного внешнего акустического поля. Показано, что данный тип воздействия, имеющий вид последовательности ударных волн, не приводит к заметной декомпрессии, что существенно снижает вероятность повреждения биологических тканей за счет кавитации, вызванной растягивающей фазой ударного импульса.

- *Максимов А.О.* Максимальный размер пузырька при автомоделных пульсациях // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. вып. 7. С. 7-13.

2018

1. Максимов А.О., Половинка Ю.А. Акустические проявления газового включения, расположенного вблизи межфазной поверхности. Акуст. журн. 2018. Т. 64, № 1. С. 22–32. / Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 1. P. 27–36. [<https://doi.org/10.1134/S106377101801013X>]

2. Maksimov A.O., Leighton T.G. Acoustic radiation force on a parametrically distorted bubble // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. No 1. P. 296–305. [<https://doi.org/10.1121/1.5020786>]

3. Maksimov A.O., Polovinka Yu.A. Scattering from a pair of closely spaced bubbles // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144, No 1. P. 104–144. [<https://doi.org/10.1121/1.5020786>]